

Вопросы по спецкурсу “Паросочетания и факторы”. 2021 год

Структура максимального паросочетания

1. Формула Бержа.
2. Фактор-критические графы.
3. Stability lemma.
4. Структурная теорема Галлаи-Эдмондса.
5. Следствия из теоремы Галлаи-Эдмондса. Разбиение Галлаи-Эдмондса для графов с совершенным паросочетанием, фактор-критических графов и двудольных графов, имеющих долю с запасом.
6. Барьеры. Лемма об удалении и добавлении вершин в барьер.
7. Пересечение максимальных по включению барьеров.
8. Минимальные барьеры. Паросочетание в графе без лапы.
9. Критерий Андерсона существования совершенного паросочетания.
10. Жесткость и паросочетания.

Теория факторов

1. Конструкция графа G_f . Эквивалентность существования f -фактора в G и совершенного паросочетания в G_f .
2. Нормальные множества.
3. Теорема Татта о факторе.
4. Лемма о связи f -дефицита и f' -дефицита.
5. Свойства пары (D, S) с максимальным f -дефицитом.

Регулярные факторы

1. Теорема о факторах k -регулярного графа с четным k .
2. Теорема о факторах k -регулярного графа с нечетным k и ее следствие.
3. Существование k -фактора k -жесткого графа.

Количество паросочетаний

1. Количество паросочетаний в двудольном графе.
2. Свойство максимальных барьеров: лемма о фактор-критических компонентах.
3. Оценка количества совершенных паросочетаний с помощью барьера. Следствие о реберно k -связном графе, теорема Котцига.
4. Нижняя оценка минимальной степени в графе с единственным паросочетанием.
5. Нижняя оценка на количество паросочетаний в k -связном графе. Леммы Закса.
6. Нижняя оценка на количество паросочетаний в $(2k + 1)$ -связном графе, единственность экстремального графа.
7. Количество паросочетаний в графе S_k . Оценка количества паросочетаний в $2k$ -связном графе на $2k + 2$ вершинах.
8. Функция $g(2k)$: вычисление, сравнение с $f(S_k)$.

9. Нижняя оценка на количество паросочетаний в $2k$ -связном графе, единственность экстремального графа при $k \geq 4$.

Размер максимального паросочетания

1. Оценка Эрдеша-Позы. Серии примеров графов в случаях, когда оценка точная.
2. Оценка на $m(n, \delta, \Delta)$ при $\delta \leq \Delta - 2$. Серия экстремальных примеров при $n \geq \Delta + \delta$.
3. Оценка на $m(n, \delta, \Delta)$ при $\Delta - \delta \leq 1$ (кроме случая $\Delta = \delta \not\equiv 2$) и серия экстремальных примеров.
4. Корректность определения $m_0(n, \delta)$.
5. Теорема: $m(n, \delta, \Delta) = m_0(n, \delta)$ при $\Delta = \delta \not\equiv 2$.
6. Оценка размера максимального паросочетания через бинд при $\text{bind}(G) \in [0, \frac{1}{2}]$. Серия примеров, подтверждающая точность оценки.
7. Оценка размера максимального паросочетания через бинд при $\text{bind}(G) \in [1, \frac{4}{3}]$. Серия примеров, подтверждающая точность оценки.

Структура максимального паросочетания в двудольном графе

1. Структурная теорема Далмейджа-Мендельсона.
2. Элементарные двудольные графы. Теорема о 5 эквивалентных определениях.
3. Двудольное разбиение на уши. Лемма о красивом подграфе.
4. Двудольное разбиение на уши элементарного двудольного графа: теорема и следствия.
5. Разбиение двудольного графа на элементарные.
6. Лемма о красивом подграфе минимального элементарного двудольного графа.
7. Замена путей в элементарном двудольном графе.
8. Минимального элементарный двудольный граф на более чем 4 вершинах не имеет 4-циклов. Оценка количества ребер.