АННОТАЦИИ

Список Докладов

Время вырождения докритического двуполого ветвящегося процесса с большим начальным числом частиц.

Абдюшев Марат
marazaur13rus@gmail.com

В данной работе рассматривается предельная теорема для двуполых ветвящихся процессов. Пусть $(X_{n,i}, Y_{n,i})$ – независимые одинаково распределенные (н.о.р.) случайные векторы с целыми неотрицательными компонентами и $\mathbb{E}X := \mathbb{E}X_{i,j}$, $\mathbb{E}Y := \mathbb{E}Y_{i,j}$, положим

$$N_0 = N; \quad N_{n+1} = \min\left(\sum_{i=1}^{N_n} X_{n,i}, \sum_{i=1}^{N_n} Y_{n,i}\right).$$

Назовем N_n двуполым ветвящимся процессом.
Двуполый ветвящийся процесс, являющийся модификацией стандартного процесса Гальтона-Ватсона, был введен в 1968 году в статье [1] D.J. Daley. В 1986 году J.H. Bagley в работе [2] исследовал асимптотические свойства надкритического ветвящегося процесса, то есть в случае $\mathbb{E}X, \mathbb{E}Y > 1$. Отметим также работу [3] M. Gonzalez и M. Molina, описывающую сходимость двуполого надкритического ветвящегося процесса почти наверное и в L^1. Обзор литературы, касающейся двуполых ветвящихся процессов, актуальной на начало XXI века можно посмотреть в статье [4] D. M. Hull.
Большинство исследований асимптотического поведения двуполого ветвящегося процесса посвящены надкритическому случаю, мы же рассмотрим предельную теорему для докритического случая $\mathbb{E}X < 1$, $\mathbb{E}X \leqslant \mathbb{E}Y$.

Теорема 1. *Пусть N_n – двуполый ветвящийся процесс с начальным числом частиц обоих полов $N_0 = N$, T_N – время вырождения процесса. Тогда при выполнении условий $\mathbb{D}X := \mathbb{D}X_{i,j} < \infty$, $\mathbb{D}Y := \mathbb{D}Y_{i,j} < \infty$, для любой расходящейся к $+\infty$ последовательности $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ выполнено соотношение:*

$$\frac{T_N - \log_{\frac{1}{\mathbb{E}X}} N}{a_N} \to 0, \quad N \to \infty.$$

В докладе также будут обсуждены принципиальные отличия между обычными ветвящимися процессами и двуполыми.

Список литературы

[1] D. J. Daley. *Extinction Conditions for Certain Bisexual Galton-Watson Branching Processes.*, 1968.

[2] J. H. Bagley. *On the Asymptotic Properties of a Supercritical Bisexual Branching Process.*, Journal of Applied Probability, Vol. 23, No. 3 (Sep., 1986), pp. 820-826.

[3] M. Gonzalez and M. Molina. *On the Asymptotic Properties of a Supercritical Bisexual Branching Process.*, Journal of Applied Probability, Vol. 33, No. 4 (Dec., 1996), pp. 960-967.

[4] David M. Hull. *A Survey of the Literature Associated with the Bisexual Galton-Watson Branching Process.*, Extracta Mathematicae, Vol. 18, Num. 3, 321 – 343 (200).

Âåðîÿòíîñòíîå ïðåäñòàâëåíèå ðåçîëüâåíòû îïåðàòîðà äðîáíîãî äèôôå-ðåíöèðîâàíèÿ.

Àáèëüäàåâ Òåìèðëàí
t.abildaev23@gmail.com

Ðàññìîòðèì ñòàíäàðòíûé ñèììåòðè÷íûé óñòîé÷èâûé ïðîöåññ (t) ñ ïîêàçàòåëåì óñòîé÷èâîñòè 2 (1; 2), òî åñòü òàêîé ïðîöåññ Ëåâè, ÷òî

$$Ee^{ip\ (t)} = e^{\ tjpj} .$$

Ïðîöåññ (t) ïîðîæäàåò ïîëóãðóïïó îïåðàòîðîâ, ãåíåðàòîðîì êîòîðîé ÿâëÿåòñÿ îïåðàòîð äðîá-íîãî äèôôåðåíöèðîâàíèÿ D ,

$$D\ g\ (x) = \frac{1}{2\cos\frac{}{2}\ (\quad)} \int_R g(x+y)\quad g(x)\quad yg'(x)\ \frac{1}{jyj^{1+}}\ dy.$$

Ìû ïðåäñòàâëÿåì ðàáîòó, â êîòîðîé ñòðîèòñÿ âåðîÿòíîñòíîå ïðåäñòàâëåíèå îïåðàòîðà $(\ D\ )^{1}$ ïðè Re 0.

Ñïèñîê ëèòåðàòóðû

[1] D. Applebaum, Levy Processes and Stochastic Calculus, Cambridge University Press, 2009.

[2] È. À. Èáðàãèìîâà, Í. Â. Ñìîðîäèíà, Ì. Ì. Ôàääååâà, Îá îäíîì ñåìåéñòâå êîìïëåêñíûõ ñòîõàñòè÷åñêèõ ïðîöåññîâ , Äîêë. ÐÀÍ. Ìàòåì., èíôîðì., ïðîö. óïð. 501 (2021), 38 41.

[3] Ì. Ñ. Àãðàíîâè÷, Ñîáîëåâñêèå ïðîñòðàíñòâà, èõ îáîáùåíèÿ è ýëëèïòè÷åñêèå çàäà÷è â îáëàñòÿõ ñ ãëàäêîé è ëèïøèöåâîé ãðàíèöåé , Ì., ÌÖÍÌÎ, 2013.

[4] À. Í. Áîðîäèí, È. À. Èáðàãèìîâà, Ïðåäåëüíûå òåîðåìû äëÿ ôóíêöèîíàëîâ îò ñëó÷àéíûõ áëóæäàíèé, Òð. ÌÈÀÍ ÑÑÑÐ 195 (1994), 3 285.

[5] Ò. Å. Àáèëüäàåâ, Àíàëîã ëîêàëüíîãî âðåìåíè äëÿ íåêîòîðîãî êëàññà ïðîöåññîâ Ëåâè , Çàï. íàó÷í. ñåì. ÏÎÌÈ 505 (2021), 5 16.

Î ãàóññîâñêèõ ýíäîìîðôèçìàõ.

Àôîíèí Êîíñòàíòèí
wert8394@gmail.com

Â äîêëàäå áóäåò ïðèâåäåí ðÿä îáîáùåíèé èçâåñòíîé õàðàêòåðèçàöèè ãàóññîâñêèõ îïåðàòîðîâ ïåðåõîäà. Êàê ïîêàçàíî â ðàáîòàõ À.Ñ. Õîëåâî, ãàóññîâñêèå ýíäîìîðôèçìû íà ïðîñòðàíñòâå ìåð íà êîíå÷íîìåðíîì ïðîñòðàíñòâå èìåþò ñïåöèàëüíûé âèä. Ýòîò ðåçóëüòàò îáîáùåí â íåñêîëüêèõ íàïðàâëåíèÿõ: 1) ïîêàçàíî, ÷òî äîñòàòî÷íî èìåòü ãàóññîâîñòü îáðàçà òîëüêî îäíîìåðíûõ ãàóññîâñêèõ ìåð; 2) ïîëó÷åí áåñêîíå÷íîìåðíûé àíàëîã; 3) îñëàáëåíî ñâîéñòâî íåïðåðûâíîñòè, â ÷àñòíîñòè, äîñòàòî÷íî ñåêâåíöèàëüíîé íåïðåðûâíîñòè.

Î êëàññè÷åñêèõ ðåøåíèÿõ ñèñòåìû óðàâíåíèé Âëàñîâà-Ïóàññîíà ñ âíåøíèì ìàãíèòíûì ïîëåì.

Áåëÿåâà Þëèÿ
yilia-b@yandex.ru

Ðàññìàòðèâàåòñÿ ïåðâàÿ ñìåøàííàÿ çàäà÷à äëÿ ñèñòåìû óðàâíåíèé Âëàñîâà-Ïóàññîíà â áåñêîíå÷íîì öèëèíäðå. Ýòà çàäà÷à îïèñûâàåò êèíåòèêó âûñîêîòåìïåðàòóðíîé äâóõêîìïîíåíòíîé ïëàçìû â óñòàíîâêàõ, îñóùåñòâëÿþùèõ óïðàâëÿåìûé òåðìîÿäåðíûé ñèíòåç. Äîêàçàíû ñóùåñòâîâàíèå è åäèíñòâåííîñòü êëàññè÷åñêîãî ðåøåíèÿ òàêîé çàäà÷è. Ïîëó÷åíû íîâûå äîñòàòî÷íûå óñëîâèÿ íà âíåøíåå ìàãíèòíîå ïîëå è íà÷àëüíûå ôóíêöèè ðàñïðåäåëåíèÿ çàðÿæåííûõ ÷àñòèö, ãàðàíòèðóþùèå, ÷òî íîñèòåëè ôóíêöèé ðàñïðåäåëåíèÿ ëåæàò ñòðîãî âî âíóòðåííåì öèëèíäðå. Ðåøåíèå ñ òàêèì ñâîéñòâîì ñîîòâåòñòâóþò ïðîöåññó óäåðæàíèÿ ïëàçìû âíóòðè ðåàêòîðà.

Íåðàâåíñòâî äëÿ ïðîñòðàíñòâà Ñîáîëåâà $H^1(R)$ è åãî ïðèìåíåíèå ê íåëèíåéíîìó óðàâíåíèþ Øð¼äèíãåðà.

Áåññîíîâ Ðîìàí
bessonov@pdmi.ras.ru

Ðàáîòà âûïîëíåíà ïðè ïîääåðæêå ãðàíòà Ðîññèéñêîãî íàó÷íîãî ôîíäà 19-71-30002.
Ìû îáñóæäàåì ýëåìåíòàðíîå íåðàâåíñòâî, õàðàêòåðèçóþùåå ôóíêöèè â ïðîñòðàíñòâå Ñîáîëåâà $H^1(R)$ â òåðìèíàõ êîëåáàíèé. Çàòåì ìû èñïîëüçóåì åãî ïðè èçó÷åíèè íåëèíåéíîãî óðàâíåíèÿ Øðåäèíãåðà (NLS), ÷òîáû ïîêàçàòü, ÷òî $H^1(R)$-íîðìà ðåøåíèÿ ýêâèâàëåíòíà èíòåãðàëó äâèæåíèÿ îò íà÷àëüíûõ äàííûõ èç $L^2(R)$. Ýòî ðàñøèðÿåò íåäàâíèå ðåçóëüòàòû H.Koch, D.Tataru (2016) è R. Killip, M. Visan è X. Zhang (2018). Ñîâìåñòíàÿ ðàáîòà ñ Ñåðãååì Äåíèñîâûì, University of Wisconsin-Madison.

Îïðåäåëèòåëè îïåðàòîðîâ Ýéðè è Áåññåëÿ.

Ãîðáóíîâ Ñåðãåé
gorbunov.sm@phystech.edu

Ðàññìàòðèâàåòñÿ 2 ñåìåéñòâà îïåðàòîðîâ $A(f)$ è $B(f)$. Èõ ñîîòâåòñòâóþùèå èíòåãðàëüíûå ÿäðà:

$$f \quad \frac{x}{} \quad \int_0^1 A(x+z)A(y+z)\,dz;$$

$$\int_0 t\sqrt{xy}\,J\,(xt)J\,(xy)f\,(t)dt;$$

ãäå $J\,(x)$ îáîçíà÷àåò ôóíêöèþ Áåññåëÿ ïîðÿäêà , à $A(x)$ ôóíêöèþ Ýéðè. Îêàçûâàåòñÿ, ÷òî ýòè îïåðàòîðû, ïðè îïðåäåëåííûõ óñëîâèÿõ íà f , ñòðåìÿòñÿ ê îïåðàòîðàì Âèíåðà-Õîïôà â ïðåäåëå ; ! 1 è èìåþò ïîõîæèå êîýôôèöèåíòû â ïåðâûõ ÷ëåíàõ àñèìïòîòè÷åñêîãî ðàçëîæåíèÿ ïðåäåëèòåëÿ. Ïîõîæèå êîýôôèöèåíòû ïîëó÷àþòñÿ è äëÿ ñàìèõ îáðàçíûõ îïåðàòîðîâ Âèíåðà-Õîïôà. Â ýòîì ñëó÷àå îíè èçâåñòíû èç ôîðìóëû Àõèåçåðà-Êàöà: íåïðåðûâíîãî àíàëîãà òåîðåìû Ñåã¼.

Îïåðàòîðû Äèðàêà ñ ýêñïîíåíöèàëüíî óáûâàþùåé ýíòðîïèåé.

Ãóáêèí Ïàâåë
pasha_gubkin_v@mail.ru

Íà äîêëàäå áóäåò ðàññêàçàíî î ðåçóëüòàòàõ, ñâÿçûâàþùèõ ñêîðîñòü ýêñïîíåíöèàëüíîãî óáûâà-íèÿ ýíòðîïèè Äèðàêà ñ ðàçìåðîì îáëàñòè, â êîòîðóþ ìîæåò áûòü ìåðîìîðôíî ïðîäîëæåíà ôóíêöèÿ Âåéëÿ ýòîãî îïåðàòîðà. Êðîìå òîãî, áóäåò ïîêàçàíà ñâÿçü ýòèõ ðåçóëüòàòîâ ñ òåî-ðèåé îðòîãîíàëüíûõ ìíîãî÷ëåíîâ íà îêðóæíîñòè è òåîðèåé ðåçîíàíñîâ äèôôåðåíöèàëüíûõ îïåðàòîðîâ.

Ëîêàëüíàÿ àñèìïòîòèêà íèæíèõ óêëîíåíèé ñòðîãî íàäêðèòè÷åñêèõ âåò-âÿùèõñÿ ïðîöåññîâ â ñëó÷àéíîé ñðåäå ñ ãåîìåòðè÷åñêèì ðàñïðåäåëåíèåì ÷èñëà ïîòîìêîâ.

Äåíèñîâ Êîíñòàíòèí
denisovkonstan@yandex.ru

Ðàññìàòðèâàþòñÿ âåðîÿòíîñòè íèæíèõ óêëîíåíèé âåòâÿùåãîñÿ ïðîöåññà $Z_n = X_{n;1} + \quad + X_{n;Z_{n\ 1}}$ â ñëó÷àéíîé ñðåäå , ïðåäñòàâëÿþùåé ñîáîé ïîñëåäîâàòåëüíîñòü íåçàâèñèìûõ îäèíàêîâî ðàñ-ïðåäåëåííûõ âåëè÷èí. Â ïðåäïîëîæåíèè, ÷òî ñëó÷àéíûå âåëè÷èíû $X_{i;j}$ ïðè ôèêñàöèè ñðåäû èìåþò ãåîìåòðè÷åñêîå ðàñïðåäåëåíèå, à ïðèðàùåíèÿ ¡ ñîïðîâîæäàþùåãî ñëó÷àéíîãî áëóæäà-íèÿ èìåþò ñðåäíåå > 0 è óäîâëåòâîðÿþò ëåâîñòîðîííåìó óñëîâèþ Êðàìåðà $E\exp(h\ _{i}) < 1$ ïðè $h < h < 0$ äëÿ íåêîòîðîãî $h < 1$, íàéäåíà àñèìïòîòèêà ëîêàëüíûõ âåðîÿòíîñòåé $P(Z_n = b\exp(\ n\ )c)$ âî âòîðîé çîíå óêëîíåíèé, òî åñòü ïðè $2\ (\max(m\ ;0); m(\ 1))$, à òàêæå â íåêîòîðîé îêðåñòíîñòè $m(\ 1)$, ãäå m è $m(\ 1)$ íåêîòîðûå êîíñòàíòû.

Ñìåøàííûé îáúåì áåñêîíå÷íîìåðíûõ âûïóêëûõ êîìïàêòîâ.

Äîñïîëîâà Ìàðèÿ
dospolova.maria@yandex.ru

Ïóñòü K âûïóêëîå êîìïàêòíîå GB-ïîäìíîæåñòâî ñåïàðàáåëüíîãî ãèëüáåðòîâà ïðîñòðàíñòâà H. Îáîçíà÷èì ÷åðåç $\mathrm{Spec}_k K$ ìíîæåñòâî $f(_1(h); : : : ; _k(h)) : h \, 2 \, K g \quad R^k$; ãäå $_1; : : : ; _k$ íåçàâèñèìûå êîïèè èçîíîðìàëüíîãî ãàóññîâñêîãî ïðîöåññà. Öèðåëüñîí ïîêàçàë, ÷òî â ýòîì ñëó÷àå äëÿ âíóòðåííèõ îáúåìîâ K âåðíà ôîðìóëà

$$V_k(K) = \frac{(2\ )^{k=2}}{k! \ _k} E\, \mathrm{Vol}_k(\mathrm{Spec}_k K);$$

ãäå $E\,\mathrm{Vol}_k(\mathrm{Spec}_k K)$ ñðåäíèé îáúåì $\mathrm{Spec}_k K$ è $_k$ îáúåì k-ìåðíîãî åäèíè÷íîãî øàðà.
Â äàííîì äîêëàäå ìû îáîáùèì òåîðåìó Öèðåëüñîíà íà ñëó÷àé ñìåøàííûõ îáúåìîâ áåñêîíå÷íîìåðíûõ âûïóêëûõ GB-êîìïàêòîâ â H, ïðåäâàðèòåëüíî ââåäÿ ïîíÿòèå ñìåøàííîãî îáúåìà äëÿ áåñêîíå÷íîìåðíûõ âûïóêëûõ ïîäìíîæåñòâ H.
Êðîìå òîãî, ñ ïîìîùüþ ïîëó÷åííîãî ðåçóëüòàòà ìû âû÷èñëèì ñìåøàííûé îáúåì çàìêíóòûõ âûïóêëûõ îáîëî÷åê äâóõ îðòîãîíàëüíûõ ñïèðàëåé Âèíåðà.

Àñèìïòîòèêà âðåìåíè âûðîæäåíèÿ äâóïîëîãî êðèòè÷åñêîãî âåòâÿùåãîñÿ ïðîöåññà â ñëó÷àéíîé ñðåäå.

Æèÿíîâ Àíòîí
zhiyanovap@gmail.com

Â ðàáîòå ðàññìàòðèâàåòñÿ äâóïîëûé êðèòè÷åñêèé âåòâÿùèéñÿ ïðîöåññ $fZ_n^N = L(F_n; M_n); n \quad 0g$ â ñëó÷àéíîé ñðåäå $= f \ _n; n \quad 0g$, íà÷èíàþùèéñÿ ñ áîëüøîãî ÷èñëà ïàð $Z_0^N = N$.
Ïðåäïîëàãàåòñÿ, ÷òî ïðèðàùåíèÿ ñîïðîâîæäàþùåãî ñëó÷àéíîãî áëóæäàíèÿ $S_n = \ _1 + \quad + \ _n$, $_n = \ln L(E(F_n \, j \ ); E(M_n \, j \ ))$ èìåþò íóëåâîå ñðåäíåå è êîíå÷íóþ äèñïåðñèþ.
Ïîêàçàíî, ÷òî ïðè äîâîëüíî îáùèõ îãðàíè÷åíèÿõ íà ïîðîæäàþùóþ ïàðû ôóíêöèþ $L(x; y)$ èìååò ìåñòî ñõîäèìîñòü ïî ðàñïðåäåëåíèþ $(N) = \ln^2(N) !^{\ d}$, $N \, ! \, 1$, ãäå $(N) = \min f n \quad 0 : Z_n^N = 0 g$ âðåìÿ âûðîæäåíèÿ âåòâÿùåãîñÿ ïðîöåññà.
Íàéäåíî òî÷íîå ðàñïðåäåëåíèå íåâûðîæäåííîé ñëó÷àéíîé âåëè÷èíû .

Ñðàâíåíèå óñòîé÷èâîñòè àëãîðèòìîâ îòáîðà çíà÷èìûõ ôàêòîðîâ.

Çàõàðîâ Äàíèèë
zakharov.daniil@gmail.com

Â íàñòîÿùåå âðåìÿ èññëåäîâàòåëÿì âñ¼ ÷àùå ïðèõîäèòñÿ èñïîëüçîâàòü äàííûå áîëüøèõ ðàçìåð-íîñòåé. Îòáîð çíà÷èìûõ ôàêòîðîâ ÿâëÿåòñÿ äîâîëüíî ïîïóëÿðíûì è ýôôåêòèâíûì ñïîñîáîì áîðüáû ñ ïðîáëåìàìè âû÷èñëèòåëüíîé ñëîæíîñòè ðàáîòû ñ áîëüøèìè äàííûìè è ñ ïåðåîáó÷å-íèåì àëãîðèòìà. Â ïîñëåäíèå ãîäû ÷èñëî àëãîðèòìîâ òîáîðà çíà÷èìûõ ôàêòîðîâ ìíîãîêðàòíî âîçðîñëî (ñì., íàïðèìåð, [1]), â ñâÿçè ñ ÷åì íà÷àëñÿ ïîèñê ìåòîäîâ ñðàâíåíèÿ èõ ðåçóëüòà-òèâíîñòè è ýôôåêòèâíîñòè. Îäíèì èç âàæíûõ ïîêàçàòåëåé êà÷åñòâà àëãîðèòìà ÿâëÿåòñÿ óñòîé÷èâîñòü (ñòàáèëüíîñòü). Îáû÷íî óñòîé÷èâîñòü ïîêàçûâàåò, íàñêîëüêî ìåíÿåòñÿ ðåçóëüòàò ðàáîòû àëãîðèòìà ïðè íåáîëüøîì èçìåíåíèè èñõîäíûõ äàííûõ (ñì., íàïðèìåð, [2]).

Ïóñòü â ñòîõàñòè÷åñêîé ìîäåëè èçó÷àåìàÿ âåëè÷èíà Y çàâèñèò îò ïðèçíàêîâ $X_1;:::;X_d$. Â ðåçóëüòàòå ðàáîòû íåêîòîðîãî àëãîðèòìà (êîòîðûé íàçîâåì îñíîâíûì è îáîçíà÷èì base) íà i-îì íàáîðå äàííûõ âûáèðàåòñÿ ïîäìíîæåñòâî $S(i)$, ïîèñûâàþùåå íàáîð çíà÷èìûõ ôàêòîðîâ, $i \in \{1;:::;L\}$ (èìåþòñÿ ðàçëè÷íûå ïîðåäåëåíèÿ çíà÷èìîñòè íàáîðà ôàêòîðîâ, ñì., íàïðèìåð, [3]). Íàìè ðàññìàòðèâàåòñÿ ìîäèôèêàöèÿ îñíîâíîãî àëãîðèòìà (àíàëîãè÷íî [4]), ðàáîòàþùàÿ ïî ñëåäóþùåìó ïðàâèëó: äëÿ êàæäîãî ïðèçíàêà X_f, $f \in \{1;:::;d\}$

$$X_f \in S^{mod} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{L} 1\{X_f \in S(i)\} \geq l_0;$$

ãäå l_0 ÿâëÿåòñÿ çàäàííûì ïîðîãîâûì çíà÷åíèåì, $1 \leq l_0 \leq L$ è S^{mod} åñòü íàáîð ïðèçíàêîâ, îòîáðàííûõ íîâûì àëãîðèòìîì.

Ðàññìîòðèì âåëè÷èíó $p_f = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} 1\{f \in S(i)\}$ ÷àñòîòó îòáîðà ïðèçíàêà X_f â ðåçóëüòàòå ïðèìåíåíèÿ îñíîâíîãî àëãîðèòìà ê L íàáîðàì äàííûõ íàáëþäåíèé. Òîãäà îäíà èç ñàìûõ èçâåñòíûõ ÷àñòîòíûõ ìåð ñòàáèëüíîñòè (ñì. [5]) îïðåäåëÿåòñÿ ñëåäóþùåé ôîðìóëîé:

$$= 1 - \frac{\sum_{f=1}^{d} s_f^2}{k(1 - \frac{k}{d})}; \qquad (1)$$

ãäå $s_f^2 = \frac{L}{L-1} p_f(1 - p_f)$ è $k = \sum_{f=1}^{d} p_f$ åñòü ñðåäíåå ÷èñëî îòîáðàííûõ ôàêòîðîâ ñðåäè L íàáîðîâ. Ñ ïîìîùüþ (1) íàìè ïîëó÷åíà îöåíêà âåðîÿòíîñòè ñîîòíîøåíèÿ, ñâÿçûâàþùåãî ìåðû óñòîé÷èâîñòè ^{base}, ^{mod} îñíîâíîãî è ìîäèôèöèðîâàííîãî àëãîðèòìà ïî T L ðåçóëüòàòàì èõ ðàáîòû, $T;L \in N$. Â ÷àñòíîñòè, ïðè âûïîëíåíèè íåêîòîðûõ óñëîâèé âåðíî ñëåäóþùåå íåðàâåíñòâî: äëÿ ëþáîãî $t > 0$

$$P\left(\frac{1 - {}^{base}}{1 - {}^{mod}} \geq t\right) \leq C(t;d;l_0;L;T) \sum_{f=1}^{d} \exp(-L D(p_0;p_f)); \qquad (2)$$

ãäå $C(t;d;l_0;L;T)$ åñòü àëãåáðàè÷åñêàÿ äðîáü îò ïåðåìåííîé t ñ êîýôôèöèåíòàìè, çàâèñÿùèìè îò $d;l_0;L;T$; $p_0 = \frac{l_0}{L}$ è $D(a;b)$ åñòü äèâåðãåíöèÿ Êóëüáàêà-Ëåéáëåðà ìåæäó äâóìÿ áåðíóëëèåâñêèìè ñëó÷àéíûìè âåëè÷èíàìè ñ ïàðàìåòðàìè a è b. Íåðàâåíñòâî (2) ìîæåò áûòü èñïîëüçîâàíî äëÿ èçó÷åíèÿ ñòàáèëüíîñòè ìîäèôèöèðîâàííîãî àëãîðèòìà ïðè èçìåíåíèè ïàðàìåòðîâ èñõîäíîãî.

Ìû èëëþñòðèðóåì ýòîò ïîäõîä ðåçóëüòàòàìè ïðèìåíåíèÿ àëãîðèòìà LASSO (ñì., íàïðèìåð, [6]) ê äàííûì, ïîëó÷åííûì êàê ëèíåéíîé, òàê è íåëèíåéíîé ìîäåëÿìè.

Ñïèñîê ëèòåðàòóðû

[1] Li, J. et al. Feature Selection: A Data Perspective, ACM Comput. Surv., Vol. 50, Issue 6, 2018, 45 pp.

[2] Naik, A.K., Kuppili, V., Edla, D.R. A new hybrid stability measure for feature selection, Applied Intelligence, Vol. 50, Issue 10, 2020, pp. 3471-3486.

[3] Brezocnik, L., Fister, I., Podgorelec, V. Swarm Intelligence Algorithms for Feature Selection: A Review, Applied Sciences, Vol. 8, 2018, 1521.

[4] Beinrucker, A., Dogan, U., Blanchard, G. Extensions of stability selection using subsamples of observations and covariates, Statistics and Computing, Vol. 26, Issue 5, 2016, pp. 1059-1077.

[5] Nogueira S., Sechidis K., Brown G. On the Stability of Feature Selection Algorithms, J. Mach. Learn. Res., Vol. 18 (174), 2018, pp. 1 54.

[6] Hastie T., Tibshirani R., Wainwright M. Statistical Learning with Sparsity. The Lasso and generalizations, Boca Raton, CRC Press, 2015, 335 pp.

Ãîëîíîìíî-èíâàðèàíòíûå ðåçîíàíñû Ðþýëëÿ äèôôåîìîðôèçìîâ Àíîñî-âà.

Çóáîâ Äìèòðèé
dmitry.zubov.93@gmail.com

ß ðàññêàæó î íåäàâíèõ (è íå î÷åíü) ïðîäâèæåíèÿõ â çàäà÷å î êëàññèôèêàöèè ãîëîíîìíî-èíâàðèàíòíûõ ñîáñòâåííûõ ôóíêöèé êóïìàíîâñêèõ òðàíñôåð-îïåðàòîðîâ, àññîöèèðîâàííûõ ñ äèôôåîìîðôèçìàìè Àíîñîâà, è èõ ïðèëîæåíèÿõ ê àñèìïòîòèêàì ýðãîäè÷åñêèõ èíòåãðàëîâ ïîòîêà Äàóëüåòòè-Ëèâåðàíè â ñëó÷àå, êîãäà òðàíñâåðñàëüíîå èíâàðèàíòíîå ñëîåíèå èìååò ðàçìåðíîñòü íå ìåíüøå äâóõ.

Ýðãîäè÷åñêèå ñâîéñòâà Ïåðåêëàäûâàíèé îòðåçêîâ.

Êîáçåâ Àëåêñåé
kobzev-00@inbox.ru

Îäèí èç âîçìîæíûõ îáîáùåíèé ïîâîðîòà îêðóæíîñòè ÿâëÿåòñÿ ïåðåêëàäûâàíèå îòðåçêîâ. Ïåðåêëàäûâàíèÿ îòðåçêîâ âîçíèêàþò êàê îòîáðàæåíèÿ ïåðâîãî âîçâðàùåíèÿ íà òðàíñâåðñàëü â ñëó÷àå îðèåíòèðóåìîãî èçìåðèìîãî ñëîåíèÿ íà îðèåíòèðóåìîé ïîâåðõíîñòè. Ì. Êèí äîêàçàë, ÷òî ïî÷òè âñå ïåðåêëàäûâàíèÿ îòðåçêîâ ÿâëÿþòñÿ ìèíèìàëüíûìè è ñôîðìóëèðîâàë ãèïîòåçó, êîòîðàÿ â äàëüíåéøåì áûëà íåçàâèñèìî äîêàçàíà Õ. Ìàçóðîì è Â. Âè÷åì, ÷òî ïî÷òè âñå ïåðåêëàäûâàíèÿ îòðåçêîâ ÿâëÿþòñÿ ñòðîãî ýðãîäè÷íûìè. Â ñâî¼ì äîêëàäå ÿ ðàññêàæó î ïðèìåðàõ ïåðåêëàäûâàíèé îòðåçêîâ, äîïóñêàþùèõ áîëåå îäíîé èíâàðèàíòíîé ýðãîäè÷åñêîé ìåðû è î ìåòîäàõ, ïîçâîëÿþùèõ èõ ïîñòðîèòü.

Âåòâÿùèåñÿ ïðîöåññû â ñëó÷àéíîé ñðåäå ñ çàìîðîçêàìè.

Êîðøóíîâ Èâàí
idkorshunov@mail.ru

Èçâåñòíî, ÷òî âåòâÿùèéñÿ ïðîöåññ â ñëó÷àéíîé ñðåäå õîðîøî îïèñûâàåòñÿ ñîîòâåòñòâóþùèì ñëó÷àéíûì áëóæäàíèåì

$$S_n = {}_1 + ::: + {}_n;$$

ãäå $_k = \ln '^{0}_{k}(1)$, $'_x(t)$ è $_k$ ïðîèçâîäÿùàÿ ôóíêöèÿ ÷èñëà ïîòîìêîâ è ñëó÷àéíàÿ ñðåäà. Â äîêëàäå áóäóò ðàññìîòðåíû âîïðîñû âûðîæäåíèÿ âåòâÿùåãîñÿ ïðîöåññà â ñëó÷àéíîé ñðåäå ñ çàìîðîçêàìè ïðè $E_1 > 0$ è $E_1 = 0$, îòëè÷àþùåãîñÿ îò îáû÷íîãî ÂÏÑÑ òåì, ÷òî êàæäàÿ ñðåäà óñòàíàâëèâàåòñÿ íà íåñêîëüêî ïîêîëåíèé. Îêàçûâàåòñÿ, ÷òî äàííûé âîïðîñ òàê æå òåñíî ñâÿçàí ñî ñëó÷àéíûì áëóæäàíèåì

$$S_n = {}_1 {}_1 + ::: + {}_n {}_n;$$

ãäå $_k = \ln '^{0}_{k}(1)$, $'_x(t)$ è $_k$ ïðîèçâîäÿùàÿ ôóíêöèÿ ÷èñëà ïîòîìêîâ è ñëó÷àéíàÿ ñðåäà, à $_k$ äëèòåëüíîñòü k-îé çàìîðîçêè.

Â äîêëàäå áóäåò ïîêàçàíî, ÷òî åñëè $E_1 > 0$ è äëÿ ëþáîãî $" > 0$

$$\sum_{n=1}^{1} P \;\; "_1 < \frac{{}_1 + ::: + {}_n}{n}$$

ðàññõîäèòñÿ, òî ïðîöåññ ñ âåðîÿòíîñòüþ 1 âûðîæäàåòñÿ. Òàêæå áóäåò ïîêàçàíî, ÷òî ïðè $E_1 > 0$, $0 < D_1; 1$ è

$$\sum_{n=1}^{1} \frac{{}^2_n}{{}^2_1 + ::: + {}^2_n} < 1$$

ïðîöåññ âûðîæäàåòñÿ ñ âåðîÿòíîñòüþ, ìåíüøåé 1.

Çàìåíà êîîðäèíàò è ïðèíöèï ñóïåðïîçèöèè äëÿ óðàâíåíèÿ Êîëìîãîðîâà.

Êðàñîâèöêèé Òèõîí
tik714@yandex.ru

Äîêëàä ïîñâÿùåí ïðèíöèïó ñóïåðïîçèöèè äëÿ óðàâíåíèÿ Êîëìîãîðîâà $@_t = L_t$. Ìû ïðåäñòàâèì íîâûå äîñòàòî÷íûå óñëîâèÿ äëÿ ñëó÷àÿ íåîãðàíè÷åííîãî êîýôôèöèåíòà ñíîñà. Òàêæå ìû îáñóäèì íåêîòîðûå âñïîìîãàòåëüíûå ðåçóëüòàòû î ïðèíöèïå ñóïåðïîçèöèè äëÿ ñëó÷àÿ óðàâíåíèÿ Êîëìîãîðîâà íà îòðåçêå è î ïðåîáðàçîâàíèè ðåøåíèÿ ñîîòâåòñòâóþùåé ìàðòèíãàëüíîé çàäà÷è ïðè çàìåíå êîîðäèíàò.

Óñëîâèÿ ñóùåñòâîâàíèÿ ìîìåíòà ÷èñëåííîñòè ÷àñòèö â ñèììåòðè÷íîì âåòâÿùåìñÿ ñëó÷àéíîì áëóæäàíèè â ñëó÷àéíîé ñðåäå.

Êóöåíêî Âëàäèìèð
vlakutsenko@ya.ru

Ðàññìàòðèâàåòñÿ âåòâÿùååñÿ ñëó÷àéíîå áëóæäàíèå â ñëó÷àéíîé ñðåäå. Ðåøåòêà ïîëàãàåòñÿ öåëî÷èñëåííîé è ìíîãîìåðíîé, âðåìÿ íåïðåðûâíûì. ×àñòèöà çà ìàëîå âðåìÿ ìîæåò ïåðåìåñòèòüñÿ â ïðîèçâîëüíûé óçåë ðåøåòêè, ïðîèçâåñòè äâóõ ïîòîìêîâ èëè ïîãèáíóòü. Ñëó÷àéíàÿ ñðåäà îïðåäåëÿåòñÿ ñëó÷àéíûìè èíòåíñèâíîñòÿìè äåëåíèÿ è ãèáåëè ÷àñòèö â êàæäîé òî÷êå ðåøåòêè, êîòîðûå åñòü íåîòðèöàòåëüíûå, ïðîñòðàíñòâåííî íåçàâèñèìûå è îäèíàêîâî ðàñïðåäåëåííûå ñëó÷àéíûå âåëè÷èíû. Ãåíåðàòîð áëóæäàíèÿ çàäàåòñÿ ïðîèçâîëüíûì ñèììåòðè÷íûì îïåðàòîðîì. Ýâîëþöèÿ ÷àñòèö ïðîèñõîäèò íåçàâèñèìî äðóã îò äðóãà è îò âñåé ïðåäûñòîðèè. Ïðåäïîëàãàåòñÿ, ÷òî â íà÷àëüíûé ìîìåíò âðåìåíè íà ðåøåòêå íàõîäèòñÿ îäíà ÷àñòèöà. Â äîêëàäå áóäóò îïèñàíû óñëîâèÿ íà ãåíåðàòîð ñëó÷àéíîãî áëóæäàíèÿ, íåîáõîäèìûå äëÿ ñóùåñòâîâàíèÿ ìîìåíòà ÷èñëåííîñòè ÷àñòèö ïðè ôèêñèðîâàííîé ðåàëèçàöèè ñðåäû.

Âåðîÿòíîñòíûé ïîäõîä ê àíàëèçó èíôîðìàöèîííîé ñëîæíîñòè àïïðîêñèìàöèè â ìíîãîïàðàìåòðè÷åñêèõ çàäà÷àõ, ñâÿçàííûõ ñ ãàóññîâñêèì ÿäðîì, â ìèíèìàêñíîì ñëó÷àå è ïîñòàíîâêå â ñðåäíåì.

Ëèìàð Èâàí
ivan.limar95@gmail.com

Â äîêëàäå ðàññìàòðèâàþòñÿ ìîòèâàöèÿ è ïîñòàíîâêà çàäà÷è àíàëèçà èíôîðìàöèîííîé ñëîæíîñòè àïïðîêñèìàöèè â ìíîãîïàðàìåòðè÷åñêèõ çàäà÷àõ, ïðèâîäèòñÿ îáçîð êëàññè÷åñêèõ ðåçóëüòàòîâ. Îñíîâ óäåëÿåòñÿ âíèìàíèå âåðîÿòíîñòíîìó ïîäõîäó ê àíàëèçó èíôîðìàöèîííîé ñëîæíîñòè â ìèíèìàêñíîì ñëó÷àå è ïîñòàíîâêå â ñðåäíåì, â òîì ÷èñëå è â çàäà÷àõ, ñâÿçàííûõ ñ ãàóññîâñêèì ÿäðîì, è ïðèâîäÿòñÿ ðåçóëüòàòû, ïîëó÷åííûå âåðîÿòíîñòíûì ñïîñîáîì.

Âåòâÿùèåñÿ ñëó÷àéíûå áëóæäàíèÿ íàZ_+. Ïîäõîä ñ èñïîëüçîâàíèåì îðòîãîíàëüíûõ ìíîãî÷ëåíîâ.

Ëþëèíöåâ Àíäðåé
lav_100k@mail.ru

Ðàññìàòðèâàþòñÿ âåòâÿùèåñÿ ñëó÷àéíûå áëóæäàíèÿ ñ íåïðåðûâíûì âðåìåíåì íà Z_+. Ïðåäïîëàãàåòñÿ, ÷òî çà îäèí øàã áëóæäàíèÿ ÷àñòèöà ìîæåò èçìåíèòü ñâîþ êîîðäèíàòó íå áîëåå, ÷åì íà åäèíèöó. Áëóæäàíèå ïðåäïîëàãàåòñÿ ñèììåòðè÷íûì âî âñåõ òî÷êàõ, êðîìå 0, íî ïðîñòðàíñòâåííàÿ îäíîðîäíîñòü íå ïðåäïîëàãàåòñÿ. Èñòî÷íèêè âåòâëåíèÿ ìîãóò íàõîäèòüñÿ â êàæäîé òî÷êå Z_+. Èçó÷àåòñÿ àñèìïòîòè÷åñêîå ïîâåäåíèå ñðåäíåãî ÷èñëà ÷àñòèö â ôèêñèðîâàííîé òî÷êå Z_+. Äëÿ ðåøåíèÿ èñïîëüçóåòñÿ òåîðèÿ îðòîãîíàëüíûõ ìíîãî÷ëåíîâ.

Àñèìïòîòèêè ìàêñèìàëüíîãî ðàçìåðà è ìàêñèìàëüíîãî ýëåìåíòà ïåðåñå-÷åíèé ìíîæåñòâ Öèïôà.

Ëÿëèíîâ Èâàí
lyalinov239@yandex.ru

Â äîêëàäå ðàññìàòðèâàþòñÿ ìîòèâàöèÿ è ïîñòàíîâêà çàäà÷è àíàëèçà ïåðåñå÷åíèé ìíîæåñòâ Öèïôà. Áóäóò ñôîðìóëèðîâàíû: ïðåäåëüíàÿ òåîðåìà äëÿ ìàêñèìàëüíîãî ýëåìåíòà ïåðåñå÷åíèé ìíîæåñòâ Öèïôà, ñëåäñòâèå î ìàêñèìàëüíîé ñóììå ýêñïîíåíò ýëåìåíòîâ ïåðåñå÷åíèÿ ìíîæåñòâ Öèïôà, à òàêæå íåêîòîðûå ðàíåå ïîëó÷åííûå â ýòîé îáëàñòè ðåçóëüòàòû.

Óñðåäíåíèå îäíîìåðíîãî ïåðèîäè÷åñêîãî ýëëèïòè÷åñêîãî äèôôåðåíöè-àëüíîãî îïåðàòîðà íà êðàþ ñïåêòðàëüíîé ëàêóíû: îïåðàòîðíûå îöåíêè â ýíåðãåòè÷åñêîé íîðìå.

Ìèøóëîâè÷ Àðñåíèé
st062829@student.spbu.ru

Äîêëàä îñíîâàí íà ñîâìåñòíîé ðàáîòå ñ Ò. À. Ñóñëèíîé è Â. À. Ñëîóùåì. Â ïðîñòðàíñòâå $L_2(R)$ ðàññìàòðèâàåòñÿ ýëëèïòè÷åñêèé äèôôåðåíöèàëüíûé îïåðàòîð $A_{"}$, " > 0, âòîðîãî ïîðÿäêà âèäà $A_{"} = \frac{d}{dx} g(x=") \frac{d}{dx} + "^2 p(x=")$ ñ ïåðèîäè÷åñêèìè êîýôôèöèåíòàìè. Èçó÷àåòñÿ ïîâåäåíèå ïðè ìàëîì " ðåçîëüâåíòû îïåðàòîðà $A_{"}$ â òî÷êå, áëèçêîé ê êðàþ ñïåêòðàëüíîé ëàêóíû.
Áóäåò äàíà àïïðîêñèìàöèÿ äàííîé ðåçîëüâåíòû â ¾ýíåðãåòè÷åñêîé¿ íîðìå (ò.å. ïî íîðìå îïåðàòîðîâ, äåéñòâóþùèõ èç $L_2(R)$ â ïðîñòðàíñòâî Ñîáîëåâà $H^1(R)$) ñ ïîãðåøíîñòüþ ïîðÿäêà O("). Àïïðîêñèìàöèÿ îïèñûâàåòñÿ â òåðìèíàõ ñïåêòðàëüíûõ õàðàêòåðèñòèê îïåðàòîðà $A := A_1$ íà êðàþ ñïåêòðàëüíîé ëàêóíû.

Èíòåãðàëüíûå òîæäåñòâà äëÿ ãðàíèöû âûïóêëîãî òåëà.

Ïîñååâà Òàòüÿíà
polezina@yandex.ru

Ïîëó÷åííîå â 1956 ãîäó Ïëåéåëåì èíòåãðàëüíîå òîæäåñòâî ïîçâîëÿåò âûðàçèòü ñðåäíåå çíà÷åíèå ôóíêöèè îò äëèíû ñëó÷àéíîé õîðäû ïëîñêîãî âûïóêëîãî òåëà K, ïåðåéäÿ ê èíòåãðèðîâàíèþ ïî ãðàíèöå K. Ñ ïîìîùüþ òîæäåñòâà Ïëåéåëÿ ëåãêî ìîæíî âûðàçèòü äåôåêò â èçîïåðèìåòðè÷åñêîì íåðàâåíñòâå íà ïëîñêîñòè è ïîêàçàòü, ÷òî îíî íåîòðèöàòåëüíî.
Àìáàðöóìÿíîì â 1990 ãîäó áûëà ïîëó÷åíà âåðñèÿ òîæäåñòâà Ïëåéåëÿ äëÿ âûïóêëûõ ïëîñêèõ ìíîãîóãîëüíèêîâ, òàêæå èçâåñòíàÿ êàê òîæäåñòâî Àìáàðöóìÿíà-Ïëåéåëÿ.
Ñóùåñòâóåò òàêæå àíàëîã òîæäåñòâà Ïëåéåëÿ äëÿ âûïóêëûõ òåë ñ ãëàäêîé ãðàíèöåé â òð¼õ-ìåðíîì ïðîñòðàíñòâå.
Äîêëàä ïîñâÿù¼í îáîáùåíèÿì òîæäåñòâà Ïëåéåëÿ è Àìáàðöóìÿíà-Ïëåéåëÿ íà ñëó÷àé áîëüøåé

размерности пространства, а также другим интегральным тождествам, связанным с границей выпуклого тела.

Свойства выпуклых оболочек случайных блужданий. Алгоритмы моделирования.

Мыслюк Александр
sanya.mysliuk@mail.ru

Первые результаты в исследовании выпуклых оболочек случайных множеств точек относятся к 60-м годам. Они начались со статьи Альфреда Реньи и Рольфа Саланке. Ими были рассмотрены основные характеристики плоской выпуклой оболочки равномерно распределённых точек в некоторых выпуклых областях, а также для нормального распределения точек на плоскости. Дальнейшие аналитические результаты для многомерных случаев были получены рядом авторов, из которых хочется отметить результаты, опубликованные Ирен Хойтер в 1999 году.
Параллельно изучались асимптотические свойства выпуклых оболочек случайных блужданий. В этом направлении основные результаты связаны с именами Глена Бакстера, Спицера, Видома.
Основным представленным результатом данной работы является обобщение комбинаторной леммы Бакстера (1961) и обобщением её следствия, позволяющее получить асимптотики некоторых характеристик выпуклых оболочек случайных блужданий, как пример, математического ожидания числа $(d-1)$-мерных граней выпуклой оболочки случайного блуждания в d-мерном евклидовом пространстве или суммарного объёма граней выпуклой оболочки. Кроме того, в докладе будет затронут вопрос исследования соответствующих асимптотик для ветвящихся случайных блужданий на многомерных решётках с одним источником ветвления, а также описаны алгоритмы моделирования ветвящихся случайных блужданий и вычислений многомерных выпуклых оболочек. Помимо этого будут описаны алгоритмы моделирования выпуклых оболочек в d-мерном пространстве.

Усреднение Боголюбова-Крылова в системах, подверженных действию случайной ударной силы.

Наумов Никита
nannayal@yandex.ru

Классический метод усреднения Крылова–Боголюбова позволяет проводить приближенный анализ нелинейных колебательных процессов. В статье 2020 года С. Б. Куксиным и его коллегами был описан новый метод доказательства теоремы Крылова–Боголюбова об усреднении и предложена возможность распространения подобного подхода на стохастически возмущенные системы. В моем выступлении будет показана возможность применения этого подхода для анализа системы, находящейся под воздействием специфического случайного возмущения.

О вероятностном представлении резольвенты двумерного оператора Лапласа.

Николаев Артем
nikolaiev.96@bk.ru

В докладе будет рассмотрено семейство случайных линейных операторов, возникающее при построении вероятностного представления резольвенты двумерного оператора Лапласа. Будет показано, что с вероятностью единица операторы этого семейства являются интегральными операторами в $L_2(\mathbb{R}^2)$, и исследованы свойства их ядер.

Представление решения уравнения типа Блэка-Шоулза в виде формулы Фейнмана.

Пантелеева Полина
p.y.panteleeva@yandex.ru

Уравнение Блэка-Шоулза – это параболическое уравнение

$$u_t(t,x) = \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 u_{xx}(t,x) + rxu_x(t,x) - ru(t,x), \tag{1}$$

описывающее изменение цены $u(t,x) > 0$ опциона на некоторый финансовый актив с течением времени $t > 0$, при этом $x > 0$ — это цена на актив, $\sigma > 0$ — это волатильность актива, а $r > 0$ — это безрисковая процентная ставка. За открытие этого уравнения в 1997 году была присуждена Нобелевская премия, и оно является одним из основных уравнений финансовой математики. Видно, что коэффициенты уравнения (1) — это неограниченные функции, что доставляет определённые сложности при работе с этим уравнением. Кроме того, неограниченными могут быть и его решения. Формула, явно выражающая решение уравнения (1) через константы r и σ, приведена, например, в [4].
Мы рассмотрим модификацию уравнения (1), взяв вместо постоянных коэффициентов σ и r ограниченные непрерывные функции $x \mapsto \sigma(x)$, $x \mapsto r(x)$:

$$u_t(t,x) = \frac{1}{2}(\sigma(x))^2 x^2 u_{xx}(t,x) + r(x)xu_x(t,x) - r(x)u(t,x). \tag{2}$$

В докладе будет представлена полученная автором доклада формула, выражающая явным образом решение задачи Коши для модифицированного уравнения Блэка-Шоулза (2) через начальное условие $u_0(x) = u(0,x)$ (или конечное условие $u_T(x) = u(T,x)$) и функции $x \mapsto \sigma(x)$, $x \mapsto r(x)$. Эта формула представляет собой предел кратных интегралов по $\mathbb{R}$ при стремящейся к бесконечности кратности, формулы такого вида называются формулами Фейнмана, см. [3], [5, 6]. В качестве математического обоснования полученной формулы будет использована теорема Чернова об аппроксимации операторных полугрупп, см. обзор [1]. В целом, ход доказательства повторяет рассуждения из работы [2] с той лишь разницей, что коэффициенты и решения оказываются неограниченными.
Более того, предел кратных интегралов по $\mathbb{R}^1$ при стремящейся к бесконечности кратности

можно при соблюдении должной осторожности интерпретировать как «интеграл бесконечной кратности», т.е. континуальный (функциональный) интеграл по пространству функций, в котором ищутся решения. Этот интеграл, также известный как интеграл Фейнмана по траекториям, и предшествующие ему формулы Фейнмана можно использовать для описания вероятностных характеристик случайного процесса, траекториями которого являются решения уравнения (2). Всё это делает предлагаемые результаты интересными как с точки зрения теории дифференциальных уравнений, так и с точки зрении теории случайных процессов и функционального интегрирования.
Автор благодарит И.Д.Ремизова за постановку задачи и внимание к работе.

Список литературы

[1] Butko Y. A. *The method of Cherno approximation*, Conference on Semigroups of Operators: Theory and Applications. – Springer, Cham, 2018. – С. 19-46.

[2] Butko Y. A., Grothaus M., Smolyanov O. G. *Lagrangian Feynman formulas for second-order parabolic equations in bounded and unbounded domains*, Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics. – 2010. – Т. 13. – №. 03. – С. 377-392.

[3] Feynman R. P. *Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics*, Reviews of modern physics. – 1948. – Т. 20. – №. 2. – С. 367.

[4] Goldstein J. A., Mininni R. M., Romanelli S. *A new explicit formula for the solution of the Black-Merton-Scholes equation*, Infinite Dimensional Stochastic Analysis: In Honor of Hui-Hsiung Kuo. – 2008. – С. 226-235.

[5] Remizov I. D. *Quasi-Feynman formulas–a method of obtaining the evolution operator for the Schrödinger equation*, Journal of Functional Analysis. – 2016. – Т. 270. – №. 12. – С. 4540-4557.

[6] Smolyanov O. G., Tokarev A. G., Truman A. *Hamiltonian Feynman path integrals via the Cherno formula*, Journal of Mathematical Physics. – 2002. – Т. 43. – №. 10. – С. 5161-5171.

Существование решений нелинейной задачи Канторовича оптимальной транспортировки.

Резбаев Айрат
aratyo@yandex.ru

Рассматривается задача Канторовича оптимальной транспортировки с нелинейным функционалом стоимости, порожденным функцией стоимости, которая зависит от плана транспортировки. Также рассмотрен случай функции стоимости, зависящей от условных мер плана транспортировки. Получены широкие достаточные условия существования оптимальных планов для радоновских маргинальных распределений на вполне регулярных пространствах и полунепрерывной снизу функции стоимости.

Неравенства для Характеристик Cusum Процедуры в Задаче Обнаружения Разладки.

Тарасенко Антон
dkanus@gmail.com

Получены оценки в виде неравенств для среднего времени задержки с реагированием на наличие разладки и для среднего времени до ложной тревоги при обнаружении разладки с помощью CUSUM процедуры.

Вероятность достижения удаляющейся границы случайным семейством случайных блужданий с тяжёлым хвостом распределения скачков.

Тесемников Павел
tesemnikov.p@gmail.com

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации номер 075-15-2022-282.

Рассмотрим набор независимых случайных величин $f\ ;\ {}_{i;j}g_{i;j\geq 1}$*, распределённых согласно закону* F*. Будем предполагать, что распределение* F *центрировано, т.е.* $\mathbb{E} \quad = 0$*, и имеет тяжёлый правый хвост, т.е.*

$$\mathbb{E}e \quad = 1 \qquad \text{при любом} \quad > 0:$$

Мы изучаем точную асимптотику хвоста распределения случайной величины

$$R^g{}_{;Q} = \max_{1\leq i\leq Q} \max_{0\leq n\leq} (S_{i;n} \quad g(n));$$

где $;Q$ *– положительные целочисленные случайные величины,* g *– произвольная неотрицательная функция, стремящаяся к бесконечности с ростом* n*, а семейство случайных блужданий* $S_{i;n}$ *определено следующим образом:*

$$S_{i;0} = 0; \qquad S_{i;n} = \sum_{j=1}^{n} {}_{i;j} \text{ при } n \quad 1:$$

В докладе мы приведём условия, при которых асимптотическая форма хвоста распределения $R^g{}_{;Q}$ *определяется т.н. «принципом одного большого скачка», характерным для тяжелохвостных распределений.*
Доклад основан на совместной работе с С. Г. Фоссом.

Среднее расстояние между двумя точками на границе выпуклой фигуры.

Токмачев Александр
chief.tokma4e□@yandex.ru

Рассмотрим выпуклую фигуру K на плоскости. Пусть (K) обозначает среднее расстояние между двумя случайными точками, независимо и равномерно выбранными на границе K. В докладе будет доказано, что среди всех выпуклых фигур фиксированного периметра максимальное значение (K) достигается на круге и только на нем.

Новый критерий оценки выборки по значимости на примере кодов МПП.

Угловский Артем
uglovskii.aiu@phystech.edu

Коды МПП, широко распространенные в современных технологиях передачи данных, ввиду своей высокой корректирующей способности требуют оценивать вероятность ошибки методами, отличающимися от оценки Монте-Карло. Одним из таких методов является выборка по значимости, применение которой освещено во множестве статей. Нами будет предложен альтернативный метод оценки вероятности ошибки декодирования и показано его преимущество перед старым. Однако, для такого метода существующий критерий оценки является далеко не оптимальным. Одним из основных результатов доклада является предоставление критерия для оценки качества данного метода. Основным его преимуществом является то, что он подходит для большого числа статистик и, в некотором смысле, оценивает второй порядок аппроксимации малости, что дает представление об асимптотических интервалах.
Доклад основан на совместной работе с И.А. Алексеевым, В.Ю. Щукиным и А.А. Куреевым

Ветвящиеся случайные блуждания с одним центром генерации частиц в моделях с конечным и бесконечным числом поглощающих источников.

Филичкина Елена
elena.filichkina1999@yandex.ru

В докладе будут сравниваться ветвящиеся случайные блуждания (ВСБ) по многомерным решеткам с одним центром генерации частиц и различным числом поглощающих источников. ВСБ без поглощающих источников изучено, например, в монографии Яровой (2007), ВСБ с конечным числом поглощающих источников может быть получено как частный случай ВСБ со знакопеременными источниками, которое рассмотрено, например, в совместной работе Яровой, Балашовой и Христолюбова (2021). Основное внимание будет уделено процессу с бесконечным числом поглощающих источников. Оказалось, что несмотря на возможное поглощение в каждой точке, при достаточно большой интенсивности генерации частиц и постоянной интенсивности поглощения, которая предполагается равной в каждой точке решетки, в таком ВСБ может наблюдаться экспоненциальный рост численностей частиц. В этом случае происходит регу-

лярный рост моментов и доказывается слабая сходимость численностей частиц к некоторой случайной величине. Кроме того, в таком процессе может наблюдаться экспоненциальное убывание моментов, что отличает его от рассмотренных ранее моделей ВСБ.

Асимптотика вероятности невырождения почти критических ветвящихся процессов в случайной среде.

Харламов Виктор
vi.v.kharlamov@gmail.com

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №19-11-00111-П, https://rscf.ru/project/19-11-00111/.

Рассмотрим два семейства производящих функций

$$f f_y; y\ 2\ Y g; \quad f f_{y;i;n}; y\ 2\ Y; 0 \quad i < ng;$$

где $(Y; G)$ *– измеримое пространство. Последовательность* $= f\ _i; i\ 2\ \mathbb{N}g$ *независимых и одинаково распределённых случайных элементов со значениями в* $(Y; G)$ *будем называть случайной средой.*
Введём последовательно ветвящийся процесс в случайной среде. Положим $Z_0 = 1$*. При заданных* Z_{k-1} *и* $_k$, $0 \quad k < n$*, определим* Z_k *следующим образом.*

1. *Положим* $F_{k-1} := f\ _k$.
2. *Пусть* $Y_{i;k}; i\ 2\ f1; : : : ; Z_{k-1}g$*, являются независимыми случайными величинами с функцией распределения* F_{k-1}*. Предположим, что* $Y_{i;k}; i\ 2\ f1; : : : ; Z_{k-1}g$*, независимы от прошлого.*
3. *Положим* $Z_k := \mathsf{P}\,_{i=1}^{Z_{k-1}} Y_{i;k}$.

Последовательность $Z = fZ_k; k \quad 0g$ *будем называть ветвящимся процессом в случайной среде* (ВПСС).
Положим

$$X_i := \log F'_{i-1}(1); \quad S_0 := 0; \quad S_k := X_1 + : : : + X_k; \quad i; k\ 2\ \mathbb{N}:$$

Последовательность $fS_k; k \quad 0g$ *будем называть сопровождающим случайным блужданием (ССБ) для ВПСС* Z.

Предположение 1.

$$\mathbb{E}X_1 = 0; \quad \mathbb{D}X_1\ 2\ (0; 1\ ):$$

Если предположение 1 выполнено, то ВПСС Z *будем называть критическим. Козлов в работе [1] получил асимптотическое поведение* $\mathbb{P}(Z_n > 0)$ *для критического ВПСС с дробно-линейной производящей функцией. Общий случай был рассмотрен Geiger, Kersting в работе [2].*
Введём последовательно возмущённый ветвящийся процесс в случайной среде. Положим $Z_{0;n} = 1; n \quad 1$*. При заданных* $Z_{k-1;n}$ *и* $_k$, $0 \quad k < n$ *определим* $Z_{k;n}$ *следующим образом.*

1. *Положим* $F_{k-1;n} := f\ _{k;k-1;n}$.

2. *Пусть $Y_{i;k;n}$, $i \in \{1, \dots, Z_{k-1;n}\}$, являются независимыми случайными величинами с функцией распределения $F_{k-1;n}$. Предположим, что $Y_{i;k;n}$, $i \in \{1, \dots, Z_{k-1;n}\}$, независимы от прошлого.*

3. *Положим $Z_{k;n} := \sum_{i=1}^{Z_{k-1;n}} Y_{i;k;n}$.*

Множества $\{Z_{k;n}, 0 \le k \le n\}$ будем называть возмущённым ветвящимся процессом в случайной среде (ВВПСС).

Предположение 2. *При всех $y \in Y$, $0 \le i < n$, $s \in [0, 1]$*

$$f_{y;i;n}(s) \to f_y(s), \quad n \to \infty.$$

ССБ для ВВПСС $\{Z_{k;n}, 0 \le k \le n\}$ определяется соотношением

$$S_{0;n} := 0, \quad S_{k;n} := \sum_{i=1}^{k} \log F'_{i-1;n}(1) = \sum_{i=1}^{k} (X_i + a_{i;n}) = S_k + b_{k;n},$$

где $a_{i;n} := \log F'_{i-1;n}(1) - \log F'_{i-1}(1)$, $b_{k;n} := \sum_{i=1}^{k} a_{i;n}$.

Предположение 3. *Введём обозначение*

$$Q_n(C, \gamma) := \bigcap_{k=1}^{n} \left\{ |b_{k;n}| \le C k^{1/2-\gamma} \right\}.$$

При некоторых $\gamma \in (0, 1/2)$, $C > 0$

$$\sqrt{n}\,(1 - \mathbb{P}(Q_n(C, \gamma))) \to 0, \quad n \to \infty.$$

Из предположения 3 следует, что разность между ССБ для $Z_{k;n}$ и Z_k ограничена с вероятностью, близкой к 1.

Основной результат этой работы состоит в следующем утверждении.

Теорема 2. *При выполнении предположений 1, 2, 3 и некоторых технических предположениях справедлива эквивалентность*

$$\mathbb{P}(Z_{n;n} > 0) \sim \mathbb{P}(Z_n > 0) \sim \theta \frac{e^{-c_-}}{\sqrt{n}}, \quad n \to \infty,$$

где θ и c_- являются положительными константами.

Автор глубоко признателен А.В. Шкляеву за постоянную поддержку работы.

Список литературы

[1] Козлов М. В. *Об асимптотике вероятности невырождения критических ветвящихся процессов в случайной среде*, Теория вероятностей и ее применения. – 1976. – Т. 21. – №. 4. – С. 813-825.

[2] Geiger J., Kersting G. *The survival probability of a critical branching process in a random environment*, Theory of Probability & Its Applications. – 2001. – Т. 45. – №. 3. – С. 517-525.

Некоторые свойства вероятностных дивергенций.

Хлюстов Дмитрий
hlustov.d@gmail.com

Различные классы дивергенций часто применяются для характеризации близости вероятностных мер. Они используются как в теоретических исследованиях (например, посвященных большим уклонениям), так и на практике (в машинном обучении, статистике, обработке сигналов). В последние годы появляется много работ, посвященных так называемым f-дивергенциям, которые определены для мер, имеющих плотность. В данном докладе приводятся новые результаты, описывающие связь различных дивергенций. Исследования в этой области важны для приложений, поскольку в некоторые дивергенции могут обладать свойствами, полезными для решения той или иной задачи - к примеру, ограниченностью или факторизуемостью.

О максимизации суммарной силы команды в конце битвы в модели игры гладиаторов.

Ходякова Мария
khodyakova.mari@mail.ru

Каминским, Люксом и Нельсоном в 1984 году была сформулирована модель, в которой каждый из двух игроков обладает командой гладиаторов с заданными силами. Сражение команд происходит путем индивидуальных поединков. При этом считается, что в каждом поединке вероятность победы гладиатора пропорциональна его силе. Игра происходит, пока в обеих командах есть хотя бы один гладиатор. Ринотт в 2012 году сформулировал в модели Каминского оптимизационную задачу о распределении сил между гладиаторами в начале сражения. В настоящей работе исследуется стратегия команды, при которой по окончании игры её средняя сила максимальна, а также рассматривается случай, когда перераспределение сил происходит перед каждым боем. Для сражения с перераспределением исследуются равновесия Нэша, следуя которым сама команда максимизирует свою силу, а вторая команда либо максимизирует свою силу, либо минимизирует силу первой.

ОРГАНИЗАЦИИ

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А.Стеклова РАН, г. Санкт-Петербург

Математический центр мирового уровня «Санкт-Петербургский международный математический институт имени Леонарда Эйлера» (МЦМУ им. Л.Эйлера), г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург

Математический центр мирового уровня «Математический институт им. В.А.Стеклова Российской академии наук» (МЦМУ МИАН), г. Москва

Математический Институт им. В.А.Стеклова Российской академии наук, г. Москва

Конференция проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант на создание и развитие МЦМУ им. Л.Эйлера, соглашение № 075–15–2022–287, грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265).