Аннотация лекции за 06.10.21.

§5. Явный вид устойчивых х.ф. (продолжение).

Доказана теорема о явном виде устойчивых х.ф. Из нее вытекают следующие результаты.

Следствие 2. *Все невырожденные устойчивые законы абсолютно непрерывны.*

Следствие 3. *Существуют устойчивые законы со всеми* $\alpha \in (0, 2]$.

Ранее последнее не было доказано для $\alpha \in (1, 2)$. Были приведены как примеры устойчивых х.ф. функции $e^{-|t|^\alpha}$. Для $\alpha \in (0, 1)$ было показано, что они х.ф., а для $\alpha \in (1, 2)$ — нет.

Если $\beta = -1$ или $\beta = 1$, то устойчивое распределение называется асимметричным.

Оказывается, что асимметричные устойчивые законы имеют экспоненциальный момент. Это позволит в дальнейшем найти асимптотику больших уклонений сумм н.о.р.с.в. из их областей притяжения, а также доказать ЗПЛ и теоремы о поведении приращений. Для этого мы будем использовать следующий результат.

Следствие 4. *Если X — устойчивая с.в. с х.ф. такой, что $\gamma = 0$, $\alpha \in (1, 2)$, $c = -(\cos \frac{\pi\alpha}{2})/\alpha$, $\beta = -1$, то ее п.ф.м. имеет вид*

$$\varphi(h) = Ee^{hX} = e^{h^\alpha/\alpha} \quad \textit{для всех} \quad h > 0.$$

Параметр масштаба c выбран так, чтобы формула для п.ф.м. при $\alpha = 2$ превращалась в формулу для п.ф.м. стандартного нормального распределения. Отметим, что у нормального закона п.ф.м. существует и для отрицательных h. Для асимметричных законов из следствия последнее неверно. Т.е. у них есть только односторонний экспоненциальный момент. Для больших уклонений и упомянутых выше предельных теорем нам требуется существование математического ожидания. Желательно, чтобы и сами устойчивые величины также были бы включены в наши теоремы. Поэтому мы рассматриваем случай $\alpha \in (1, 2)$. При $\alpha < 1$ устойчивые распределения сосредоточены на полуосях и, следовательно, также имеют односторонние экспоненциальные моменты.